

## Hoja de ejercicios 5

Ejercicio 1: Se lanzan dos dados. Sea  $X$  el resultado del primer dado e  $Y$  el mínimo de los puntos obtenidos en ambos dados. Obtener  $E(X/Y)$ ,  $E(Y/X)$ ,  $Var(X/Y)$ ,  $Var(Y/X)$  y comprobar que  $E[E(X/Y)] = E(X)$ ,  $E[E(Y/X)] = E(Y)$ .

Ejercicio 2: Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio bidimensional absolutamente continuo con densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} k & \text{si } x^2 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{fuera.} \end{cases}$$

Obtener  $E(X/Y)$ ,  $E(Y/X)$ ,  $Var(X/Y)$ ,  $Var(Y/X)$ .

Ejercicio 3: Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio bidimensional absolutamente continuo con densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} k & \text{si } 0 \leq y \leq 1 - x^2 \\ 0 & \text{fuera.} \end{cases}$$

Obtener  $E(X/Y)$ ,  $E(Y/X)$ ,  $Var(X/Y)$ ,  $Var(Y/X)$ .

Ejercicio 4: Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio bidimensional absolutamente continuo con densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} ky & \text{si } 0 \leq y \leq 1 - x^2 \\ 0 & \text{fuera.} \end{cases}$$

Se pide:

- a)  $E(X/Y)$ ,  $E(Y/X)$ ,  $Var(X/Y)$ ,  $Var(Y/X)$ .
- b) Comprobar que  $E[E(X/Y)] = E(X)$ ,  $E[E(Y/X)] = E(Y)$ .
- c)  $Cov(X, Y)$ .
- d) Demostrar que  $Var(Y) = E[Var(Y/X)] + Var[E(Y/X)]$ .

Ejercicio 5: Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio bidimensional absolutamente continuo

con densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x + y) & \text{si } 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3 \\ 0 & \text{fuera.} \end{cases}$$

Se pide:

- a)  $E(X/Y)$ ,  $E(Y/X)$ ,  $Var(X/Y)$ ,  $Var(Y/X)$ .
- b) Comprobar que  $E[E(X/Y)] = E(X)$ ,  $E[E(Y/X)] = E(Y)$ .
- c)  $Cov(X, Y)$ .